BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№1 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2010

ОСОБЕННОСТИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В СРЕДСТВАХ ИЗМЕРЕНИЯ И КОНТРОЛЯ

А.М.МАГЕРРАМОВ, Д.Ф.РУСТАМОВА

Институт Радиационных Проблем НАНА

arifm50@rambler.ru

Статья посвящена сравнительному анализу способов воспроизведения трендовой и стационарной составляющих нестационарных измерительных сообщений.

Для оценки метрологической эффективности процедуры был проведен вычислительный эксперимент, где поведение тренда нестационарного измерительного процесса на отдельных участках можно представить в виде полинома степени (m-1) для случая m = 4.

Показано, что в начале до установления полноценных конечных разностей четвертого порядка имело место методической погрешности. После $i = m = 4$ полноценные конечные разности полностью представляет полином g_i, $i \geq 4$, благодаря чему обеспечивается $\nabla^4(g_i + e_i) = \nabla^4 e_i, i \geq 4$.

В настоящее время в теории синтеза оптимальных систем контроля и управления [1], а также в методологии цифровой обработки сигналов [2], преобладает решение стационарных задач, когда полезный сигнал и наложенные на него шумы рассматриваются как центрированные стационарные процессы или последовательности. Однако автор работы [3] справедливо отмечает, что «действительные закономерности всегда суть случайности и необходимости, т. е. всегда содержит детерминированную часть, которая плотно окружена случайными отклонениями, например, эта детерминированная часть может быть детерминированным поведением средних величин, детерминированными тенденциями, детерминированными законами управления и т. д.»

Нестационарность контролируемых физических процессов встречается при решении многочисленных практических задач, в частности:

- появление тренда в вибрационных параметрах электрических машин и элементов конструкций летательных аппаратов и других подвижных объектов при проявлении неисправностей [4];
- сейсмические волны, турбулентность, поверхностные волны океана, рассматриваемые как нестационарные случайные процессы или как случайные наложение большого количества импульсов [5];
- наличие в управляющих воздействиях, помимо стационарной случайной составляющей, также регулярной составляющей в виде медленно меняющейся функции времени [1,6].

С точки зрения моделирования нестационарных измерительных процессов большой интерес представляют динамические системы непрерывного действия «объект плюс датчик» [7]. Принципиально непрерывный характер большинства измерительных сообщений на выходах таких систем обуславливает необходимость постановки и решения обратной задачи динамических измерении. Это сопряжено с определенными затруднениями методологического характера [8].

Принципиальные отличия в природах составляющих тренда стационарной центрированной нестационарных процессов исключает механическое перенесение понятий и способов обработки, разработанных для стационарных процессов, на нестационарные. По видимому, одним из практических путей решения задачи обработки нестационарных процессов является анализ тренда во временной области, а стационарной составляющей в частотной области [9].

В настоящей статье, являющейся развитием работы [10], предпринята попытка разработки способов воспроизведения трендовой и стационарной составляющих нестационарных измерительных сообщений. Это необходимо для синтеза корректирующих фильтров того или много назначения, причем при дефиците априорной информации о параметрах и характеристиках составляющих нестационарных измерительных процессов.

Для решения рассматриваемой задачи необходимо разделение тренда $\bar{x}(t)$ и стационарной составляющей $x^0(t)$ из смеси:

$$x(t) = \bar{x}(t) + x^0(t) \tag{1}$$

В качестве модели $\bar{x}(t)$ обычно используются полиномы конечной степени той или иной формы [2,4,6], коэффициенты которых являются фиксированными числами (заданными или неизвестными) [10]. В работе [4] указывается, что поведение тренда нестационарного измерительного процесса на отдельных участках можно представить в виде полинома степени m - 1:

$$\bar{x}(t) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{a_k}{k!} t^k . \tag{2}$$

Относительно $x^0(t)$ можно использовать представления, принятие в теории стационарных случайных процессов [1,5,6].

В результате дискретизации с шагом T_0 = const. процесса (1) получаем последовательность.

$$x(iT_0) = \bar{x}(iT_0) + x^0(iT_0),\ i = 0,1,2,\ldots \tag{3}$$

Обозначив $d_k = a_k/k!$ и приняв $T_0 = 1$ выражение (2) представим в виде

$$x_i = \sum_{k=0}^{\bar{m-1}} d_k i^k,\ i = 0,1,2,\ldots \tag{4}$$

Для выделения (разделения) из последовательности (3) трендовой (нестационарной) составляющей можно применять к ней оператора M [·] вычисления математического ожидания, так как

$$M\left[x(iT_0)\right] \equiv M\left[x(i\bar{T}_0)\right]. \tag{5}$$

Подавление последовательности $\{\bar{x}(iT_0)\}$ может быть достигнуто формированием из (3) последовательности со стационарным m – м приращением:

$$\prod\nolimits_m \left[x(iT_0)\right] = \prod\nolimits_m \left[x^0(iT_0)\right], i = 0,1,2,\ldots , \tag{6}$$

где $\prod_m[\cdot]$ - оператор получения m – го приращения.

Поскольку процедура (5) основывается на сглаживании (усреднении) последовательности (3), то неизбежны потери измерительной информации о медленных изменениях в состоянии объекта. Требование к процедуре (6) заключается в том, чтобы коэффициенты полинома (4) не влияли на характеристики m – го приращения последовательности (3), т.е. сохранилась бы измерительная информация о быстрых изменениях в состоянии объекта.

В работе [6] в качестве оператора $\prod_m[\cdot]$ предлагается использовать операцию взятия левой конечной разности m – го порядка

$$\nabla^m x_i = \sum_{p=0}^{m} (-1)^p C_m^p x_{i-p}, i = 0,1,2,\ldots , \tag{7}$$

где C_m^p - сочетание из m элементов по p.

При этом в качестве замечательного свойства процедуры (7) указывается то, что коэффициенты полинома (4) не влияют на характеристики m – го приращения последовательности (3), поэтому эти коэффициенты могут быть известными или неизвестными, неслучайными или случайными величинами, которые случайно меняют свои значения от одной реализации процесса (1) к другой [6].

Исходя из указанного выше, в работе [10] предложен способ восстановления тренда (4), предусматривающий следующую процедуру

$$\bar{X}_i = X_i - \sum\nolimits^m \left[\nabla^m X_i\right], \tag{8}$$

где $\sum^m[\cdot]$ - оператор вязятия m – кратной суммы.

Покажем, что процедуры (7) и (8) имеют методические погрешности, зависящие от коэффициентов полинома (4).

Так, при реализации процедуры (7) имеем

$$\nabla^m x_i = \begin{cases} \nabla^m \bar{x}_i + \nabla^m x_i^0, & при \quad i = 0, \quad m-1 \\ \nabla^m x_i^0, & при \quad i \geq m \end{cases} \tag{9}$$

Из последнего выражения вытекает, что методическая погрешность подавления тренда будет

$$\delta_m(i) = \nabla^m \bar{x}_i, i = 0,1,2,\ldots,m-1$$

Исключение данной погрешности возможно только лишь в случае известных коэффициентов полинома (4) введением корректирующих поправок в правую часть последовательности (7)

$$\nabla_k^m x_j = \nabla^m x_j - \nabla^m \bar{x}_j, j = 0,1,2,\ldots,m-1 \tag{10}$$

где–индекс "к" означает корректировку под последовательности

$$\nabla^m x_j, j = \overline{0, m-1}.$$

Нетрудно показать, что после корректировки имеем

$$\nabla_k^m x_i = \nabla^m x_i^0, i = 0,1,2,... \tag{11}$$

Скорректированная последовательность (11) представляет собой последовательность с m – м стационарным приращением, которой правомерно применение обратного оператора $\sum^m[\cdot]$ m – кратной суммы

$$\sum^m \left[\nabla_r^m x_i\right] = \sum^m \left[\nabla^m x_i^0\right] = x_i^0, i = 0,1,2,... \tag{12}$$

В работе [6] выражение для процедуры взятия m – кратной суммы дано в неявном виде. Поэтому использованием метода индукции нами получена следующая процедура

$$y_i = \sum_{q=0}^{i} c_{m-1+i}^{m-1}\left(\nabla_k^m x_{i-q}\right) = x_i^0, i = 0,1,2,... \tag{13}$$

Теперь последовательность $\{y_i\} \equiv \{x_i^0\}$ можно использовать в качестве корректирующей поправки, вводимую в последовательность (3) с целью воспроизведения ее тренда, т.е.

$$y_i = \sum_{q=0}^{i} c_{m-1+i}^{m-1}\left(\nabla_k^m x_{i-q}\right) = x_i^0, i = 0,1,2,... \tag{14}$$

Рассмотрим случай, когда коэффициента полинома (4) неизвестны. При этом к решению задачи возможен поход, основанный на усечении последовательности (7) слева.

Данный подход ведет к отбрасыванию первых m – 1 членов последовательности с тем, чтобы остались только полноценные левые конечные разности:

$$\nabla_y^m x_i = \begin{cases} 0, & при \quad i = \overline{0, m-1} \\ \nabla^m x_i^0, & при \quad i \geq m \end{cases} \tag{15}$$

где индекс "у" означает усечение.

Выражение (15) показывает, что усеченная последовательность

$$\nabla_y^m x_{m+j} = \nabla^m x_{m+j}^0, j = 0,1,2,... \tag{16}$$

состоит только лишь из отсчетов m – го стационарного приращения нестационарного процесса (1).

Здесь важно отметить два момента.

Во первых, возможность усечения сопряжена с объемом статистики, т.е. она может быть использована в том случае, когда имеется сравнительно "богатая" статистика о последовательности (3).

Второй момент связан с вопросом, насколько адекватно последовательность (16) отражает статистические свойства стационарной центрированной последовательности $\{x_{m+j}^0\}$.

В работе [6] доказана теорема о том, что если $R^0(iT_0)$ - корреляционная функция исходного стационарного процесса $x^0(t)$, то корреляционная функция m – го приращения этого процесса $R^0_{0,m}(iTo)$ определяется по формуле

$$R^0_{\nabla,m}(iTo) = (-1)^m \nabla^{2m} R^0(iTo + mTo). \qquad (17)$$

Как следствие из этой теоремы получено, что если спектральная плотность для процесса $x^0(t)$ обозначить через $S^0(z)$, а спектральную плотность для m–го приращения $x^0(t)$ - через $S^0_{\nabla,m}(z)$, то правомерно следующая формула

$$S^0_{\nabla,m}(z) = (-1)^m (1 - z^{-1})^{2m} S^0(z) \qquad (18а)$$

или

$$S^0_{\nabla,m}(z) = (1 - z)^m (1 - z^{-1})^m S^0(z). \qquad (18б)$$

Формулы (17) и (18) показывают, что статистические характеристики процесса $\nabla^m x^0(t)$ адекватно определяются статистическими характеристиками исходного процесса $x^0(t)$. Это весьма важно с точки зрения дальнейшего использования измерительной информации, содержащейся в последовательности (16).

С целью оценки метрологической эффективности процедуры (9) был проведен вычислительной эксперимент. В таблице в качестве примера приведены результаты эксперимента для случая m = 4. При этом тренд был смоделирован полиномом $g_i = 1 + 0{,}5i + 0{,}05i^2 + 0{,}001i^3$, а стационарная составляющая последовательностью случайных чисел $\{e_i\}$ с равномерным распределением в диапазоне 0,1.

Таблица

i	e_i	g_i	∇^4_{gi}	∇^4_{ei}	$\nabla^4_{gi} + \nabla^4_{ei}$
0	0.552162	1	1	0.552162	1.552162
1	0.695941	1.551	-2.449	-1.51271	-3.96171
2	0.959894	2.208	2.004	1.489102	3.493102
3	0.02567	2.977	-0.549	-1.84691	-2.39591
4	0.635122	3.864	8.88178E-16	4.060204	4.060204
5	0.459703	4.875	0	-5.0704	-5.0704
6	0.607625	6.016	-3.55271E-15	3.436759	3.436759
7	0.11021	7.293	0	-2.07689	-2.07689
8	0.816795	8.712	0	2.818015	2.818015
9	0.282759	10.279	0	-4.29396	-4.29396
10	0.992543	12	0	4.929062	4.929062
11	0.020204	13.881	0	-5.41038	-5.41038
12	0.255222	15.928	0	5.815423	5.815423
13	0.01128	18.147	0	-4.5758	-4.5758
14	0.379032	20.544	-1.42109E-14	2.776971	2.776971
15	0.30204	23.125	0	-2.14709	-2.14709
16	0.142021	25.896	0	1.418155	1.418155

17	0.909074	28.863	0	0.648382	0.648382
18	0.579217	32.032	0	-3.03408	-3.03408
19	0.758153	35.409	2.84217E-14	3.629685	3.629685
20	0.504782	39	-2.84217E-14	-2.5468	-2.5468
21	0.210606	42.811	3.19744E-14	1.332602	1.332602
22	0.161868	46.848	0	-0.10526	-0.10526
23	0.900751	51.117	0	0.25594	0.25594
24	0.638287	55.624	-5.68434E-14	-2.33115	-2.33115
25	0.481181	60.375	0	2.895673	2.895673
26	0.203867	65.376	0	-1.33227	-1.33227
27	0.886257	70.633	0	1.305478	1.305478
28	0.586033	76.152	0	3.02223	3.02223
29	0.990089	81.939	5.68434E-14	3.629212	3.629212
30	0.272552	88	0	-3.51277	-3.51277

Как видно из таблицы, в начале до установления полноценных конечных разностей четвертого порядка имеет место методическая погрешность (выделенная область). После I = m = 4 полноценные конечные разности полностью подавляют полином g_i, $i \geq 4$, благодаря чему обеспечивается $\nabla^4(g_i + e_i) = \nabla^4 e_i, i \geq 4$ (см. последние два столбца). Это подтверждает теоретические выводы, полученные выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров В.В., Усков А.С. Информационная теория синтеза оптимальных систем контроля и управления (непрерывные системы). М.: Энергия, 1975, 232 с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд. СПб: Питер, 2006, 75 с.
3. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. Пер. с нем. / Под ред. Я.И.Хургина. М.: Мир, 1981, 300 с.
4. Дядюнов А.Н., Онищенко Ю.А., Сенин А.И. Адаптивные системы сбора и передачи аналоговой информации. Основы теории. М.: Машиностроение, 1988, 288 с.
5. Бат Маркус. Спектральный анализ в геофизике. Пер. с англ. М.: Недра, 1980, 535 с.
6. Кузин Л.Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. М.: Машгуз, 1962, 634 с.
7. Новоселов О.Н., Фомин А.Ф. Основы теории и расчета информационно – измерительных систем. М.: Машиностроение, 1980, 280с.
8. Солонченко Г.Н. Обратные задачи в измерительных процедурах // Измерения, контроль, автоматизация, 1983, №2, с. 32 – 46.
9. Абдуллаев И.М., Аллахвердиева Н. Р. Корректирующая фильтрация в средствах измерения. Баку: Чашыоглу, 2005, 181с.
10. Абдуллаев И.М., Кулиев Э.В. Синтез корректирующих фильтров для воспроизведения тренда нестационарных измерительных сообщений // Научные труды АзТУ, 2007, №2, т. 6 (22), с.23 – 27.

NƏZARƏT VƏ ÖLÇMƏ VASİTƏLƏRİNDƏ QEYRİ-STASİONAR PROSESLƏRİN RƏQƏMLİ EMALININ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

A.M.MƏHƏRRƏMOV, D.F.RÜSTƏMOVA

XÜLASƏ

Məqalə qeyri-stasionar ölçü əlaqələrinin tərkib hissəsi olan trend və stasionar üsulların təkrar emalı zamanı onların müqayisəli təhlilinə həsr olunub.

Prosedurаnın metroloji effektliyinin qiymətləndirilməsi üçün hesablama eksperimenti aparılıb. Bu zaman qeyri-stasionar ölçmə prosesinin trendinin, ayrı-ayrı hissələrində dəyişmə xarakterini m = 4 halı üçün polinom qüvvəti (m - 1) şəklində olur.

Başlanğıcda, dördüncü qüvvət səviyyəsinin nəticələndirici fərqində metodiki xətaların olması göstərilib. i = m = 4 sonra nəticələndirici fərq, tamamilə g_i, i ≥4 uyğundur, bu $\nabla^4(g_i + e_i) = \nabla^4 e_i, i \geq 4$ ifadəsinin köməyilə təmin edilir.

DİGİTAL PROCESSİNG FEATURES FOR NONSTATIONARY PROCESS İN MEASUREMENT AND CONTROL MEANS

A.M.MAHARRAMOV, D.F.RUSTAMOVA

SUMMARY

The article deals with comparative analysis of reproduction means for trend and stationary components of nonstationary measurement messages.

For metrokogical efficiency procedure evaluation calculatory expetiment was conducted, in which behavior of nonstatianary measurement process trend on separate sites can be represented as polynome of (m - 1) degree for m = 4 case.

It was shown that first before defining whole finite differences of IV rate a methodical error was committed. After I = m = 4 the whole finite differences wholly represent g_i , i ≥ 4 polynome , owing to which $\nabla^4(g_i + e_i) = \nabla^4 e_i, i \geq 4$ is secured.